



# Mesures et incertitudes

## Cours 1 : Ecart-type ( 1/4 )

2<sup>nde</sup>

### Objectifs :

*Exploiter une série de mesures indépendantes d'une grandeur physique : histogramme, moyenne et écart-type.*

*Évaluer qualitativement la dispersion d'une série de mesures indépendantes.*

*Expliquer qualitativement la signification d'une incertitude-type et l'évaluer par une approche statistique.*

*Écrire, avec un nombre adapté de chiffres significatifs, le résultat d'une mesure.*

### Problématique :

Une classe souhaite mesurer la longueur du bâtiment 1 du lycée Modeste Leroy. Comment évaluer la précision de cette mesure ?



### Document 1 :

La classe est séparée en 2 groupes. Chaque groupe réalise une mesure. La série de longueurs mesurées est notée dans le tableau ci-dessous :

Groupe i	G1	G2
Longueur $L_i$ ( en mètres )	$L_1 = 107,0$	$L_2 = 113,0$

### Document 2 :

Vous disposez d'une série de 2 longueurs mesurées, quelle valeur  $L$  retenir pour la longueur du bâtiment 1 ?

La méthode la plus simple consiste à dire que la longueur  $L$  du bâtiment 1 est égale à la moyenne ( notée  $\bar{L}$  ou  $L_{\text{moy}}$  ) des longueurs mesurées :

$$\bar{L} = L_{\text{moy}} = \frac{L_1 + L_2}{2}$$

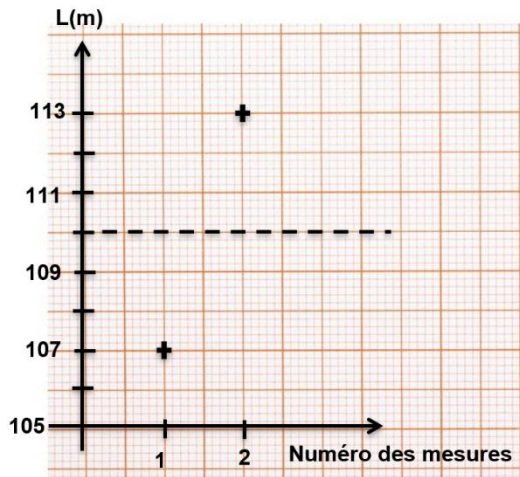
Calcul de la valeur moyenne  $L_{\text{moy}}$  de cette série de 2 longueurs mesurées :

$$L_{\text{moy}} = \frac{L_1 + L_2}{2} = \frac{107,0 + 113,0}{2} = 110,0 \text{ m}$$



### Document 3 : comment évaluer la précision de la mesure ?

Le graphique ci-dessous représente la série de 2 longueurs mesurées :



Si les mesures varient beaucoup autour de la moyenne ( on parle d'une grande dispersion des longueurs mesurées ) cela signifie que les mesures ne sont pas d'une grande précision.

Par contre, si les mesures varient peu autour de la moyenne ( on dira dans ce cas que la dispersion des longueurs mesurées est faible ) cela signifie que les mesures sont d'une bonne précision.

Donc pour estimer la précision ( et donc pour estimer la dispersion ) il faut mesurer les écarts de chaque mesure avec la moyenne.

Vous disposez d'une série de 2 longueurs mesurées :  $L_1 = 107,0$  m et  $L_2 = 113,0$  m.  
Vous avez calculé la moyenne  $L_{\text{moy}}$  de cette première série :  $L_{\text{moy}} = 110,0$  m

Vous pouvez donc maintenant calculer l'écart  $\Delta_i = L_i - L_{\text{moy}}$  de chaque longueur mesurée  $L_i$  avec la moyenne  $L_{\text{moy}}$ .

Pour la première mesure :  $\Delta_1 = L_1 - L_{\text{moy}} = 107,0 - 110,0 = -3,0$   
Pour la deuxième mesure :  $\Delta_2 = L_2 - L_{\text{moy}} = 113,0 - 110,0 = +3,0$



Donc en moyenne, les mesures sont à 3,0 m de  $L_{\text{moy}}$ .

Ce 3,0 m représente bien la dispersion moyenne des mesures. Ce résultat que l'on notera  $\sigma$  est une valeur indispensable pour estimer la précision d'une série de mesures.  $\sigma$  est appelé l'écart-type de la série de mesure.

Pour ceux qui veulent aller plus loin :

La moyenne des écarts est nulle car  $\Delta_{\text{moy}} = \frac{\Delta_1 + \Delta_2}{2} = \frac{-3,0 + 3,0}{2} = \frac{0}{2} = 0$

Pour estimer la précision il ne faut donc pas faire simplement la moyenne de ces écarts.

Pour ne plus être ennuyé par le signe - il suffit de faire la moyenne des écarts au carré. Il suffira ensuite de prendre la racine carré de cette moyenne pour avoir une estimation de la précision de la mesure.

Application : - pour la première mesure :  $\Delta_1^2 = (L_1 - L_{\text{moy}})^2 = (107,0 - 110,0)^2 = 9,0$   
- pour la deuxième mesure :  $\Delta_2^2 = (L_2 - L_{\text{moy}})^2 = (113,0 - 110,0)^2 = 9,0$

La moyenne du carré des écarts sera  $\Delta_{\text{moy}}^2 = \frac{\Delta_1^2 + \Delta_2^2}{2} = \frac{9,0 + 9,0}{2} = \frac{18}{2} = 9,0$

Et pour finir, on prend la racine carré du résultat précédent :  $\sigma = \sqrt{\Delta_{\text{moy}}^2} = \sqrt{9,0} = 3,0$  m



# Mesure et incertitude

## Cours 1 : Ecart-type ( 3/4 )

2<sup>nde</sup>

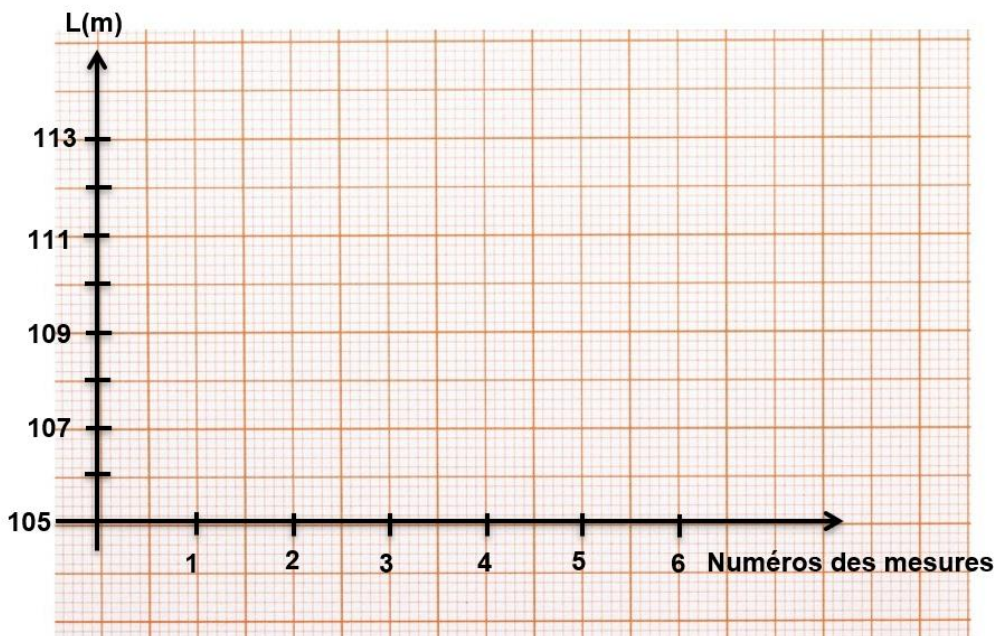
### Document 4 :

Une autre classe se divise en 6 groupes et chacun de ces groupes réalise la mesure de la longueur du bâtiment 1, mais en utilisant un protocole différent de celui utilisé par la classe précédente. La série de longueurs mesurées obtenues est notée dans le tableau ci-dessous :

Groupe	G1	G2	G3	G4	G5	G6
Longueur ( en mètres )	109,0	110,0	109,6	109,4	109,8	109,2

### Question 1 :

a) Placez ces longueurs mesurées sur le graphe ci-dessous.



b) Calculez la moyenne de ces mesures.

c) La représenter sur le graphe par une droite en pointillés.

d) Peut-on voir à l'œil nu si l'écart-type de cette deuxième série de mesure est plus petit ou plus grand que celui de la première série ?

Lorsque le nombre de mesures de la série augmente, le calcul de l'écart-type devient vite interminable. C'est la raison pour laquelle vos calculatrices possèdent toutes un programme qui permet de faire ce calcul de l'écart-type ( voir l'annexe page 4 ). Il suffit de saisir les valeurs de la série de mesures et le programme calcule tout seul l'écart-type.

e) En utilisant le programme adapté, calculez l'écart-type de cette série de mesures.

f) Votre estimation du d) est-elle cohérente avec l'écart-type calculé ci-dessus ?

g) Quel protocole expérimental est-il plus judicieux de choisir pour mesurer la longueur du bâtiment 1, celui de la première classe ou celui de la deuxième ?



# Mesure et incertitude

## Cours 1 : Ecart-type ( 4/4 )

# 2<sup>nde</sup>

### Annexe : calcul de l'écart-type $\sigma$ d'une série de mesures

• Calcul de l'écart-type d'une série de mesure à l'aide d'une calculatrice CASIO :

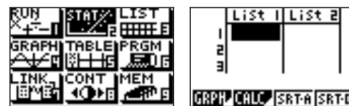
Valeurs ( Longueur en mètres )	109,0	110,0	109,6	109,4	109,8	109,2
Effectifs (combien de fois cette valeur apparaît dans la série )	1	1	1	1	1	1

#### Accès au mode statistique

Touche **MENU**.

Choisir **STAT** appuyer sur **EXE**.

→ Si les listes ne sont pas vides les effacer.  
Voir paragraphe « Effacement des données ».



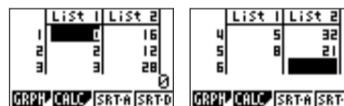
#### Entrée des données

Mettre les valeurs dans une liste, par exemple L1.

Touche **EXE** pour passer à la ligne suivante.

Mettre les effectifs dans une autre liste, par exemple L2.

→ Il est possible de se déplacer dans les listes à l'aide des flèches.



#### Affichage des résultats

Touche **MENU** icône **STAT**.

Sélectionner **CALC** (Touche **F2**) puis **SET** (touche **F4**).

**1Var X :List1** (touche **F1**)

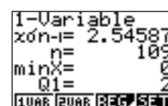
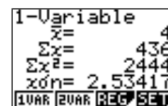
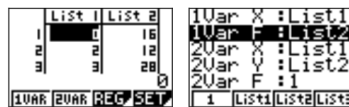
**1Var F :List2** (touche **F3**)

Appuyer sur **EXE** puis choisir **1 Var** (touche **F1**).

On peut lire : la moyenne  $\bar{x}$   
la somme des données  $\Sigma X$   
la somme des carrés des données  $\Sigma X^2$   
l'écart type  $\sigma x_n$

Flèche  $\blacktriangledown$  pour faire défiler la suite des résultats.

l'effectif total **n**  
la valeur minimum **minX**  
le 1<sup>er</sup> quartile **Q1**  
la médiane **Med**  
le 3<sup>ème</sup> quartile **Q3**  
la valeur maximum **maxX**  
le mode **Mod**



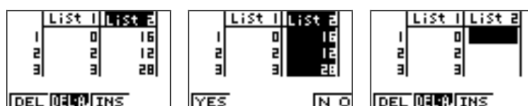
#### Effacement des données

Touche **QUIT** pour revenir à l'écran des listes.

Placer le curseur sur le nom de la liste à effacer, par exemple L2.

Touche  $\blacktriangleright$ , puis **DEL-A** (touche **F2**).

Confirmer par **YES** ( touche **F1**).



Toutes ces manipulations sont expliquées dans la vidéo suivante :

<https://www.youtube.com/watch?v=wUcUqcZqerK>

Casio



• Pour ceux qui possèdent une Texas Instrument :

<https://www.youtube.com/watch?v=q7MKnLOFe4>

T I

